

**Área de Concentração:** Matemática Aplicada

**Linha de pesquisa:** Complexidade e Fundamentos da Matemática Computacional.

### 1. Descrição geral

Algoritmos são objetos matemáticos. O desenvolvimento de algoritmos *provavelmente* eficientes é um desafio que exige ferramentas provenientes de várias áreas da matemática.

Já *complexidade* é o estudo de cotas para o desempenho de *todos* os algoritmos para resolver um certo problema. Achar cotas inferiores precisas pode ser extremamente difícil. (Veja [aqui](#) como ganhar um milhão de dólares com uma única cota inferior.)

Estamos particularmente interessados no estudo de algoritmos e complexidade para problemas numéricos ou contínuos, como os de análise numérica.

**Relevância e aplicações.** Do ponto de vista tecnológico, um melhor entendimento matemático da análise numérica se traduz em algoritmos mais eficientes e/ou mais confiáveis.

Em particular, não existe hoje uma tecnologia satisfatória para resolver sistemas de equações polinomiais. Uma melhora nessa tecnologia teria efeito em áreas como engenharia mecânica, cinética química ou bioquímica, gráficos computacionais, otimização não-linear, controle, e outras.

**Conexões com outras áreas da matemática.** No estudo de problemas numéricos, podemos considerar os espaços de entrada e saída como espaços lineares, ou como variedades diferenciáveis. Além disso, podemos supor uma medida de probabilidade no espaço das entradas e assumir invariância por uma ação de grupo.

Invariantes como o *número de condicionamento* podem ser tratados como uma variável aleatória, e a probabilidade de um problema ser mal condicionado pode ser estimada. Mas o número de condicionamento pode também ser interpretado como o inverso da distância a uma variedade discriminante, e pode ser estimado a partir das propriedades aritméticas dessa variedade.

### 2. Participantes

Professor:	<a href="#">Gregorio Malajovich</a>	PhD, Berkeley.
Estudantes:	Felipe Bottega Diniz	Mestrando
	Yuri da Silva Villas Boas	Iniciação Científica

### 3. Projetos de pesquisa

Projeto	Coordenador	Página
Complexidade de Algoritmos Numéricos	<a href="#">Gregorio Malajovich</a>	<a href="#">Ver projeto</a>
Cooperação internacional (MathAmSud)	<a href="#">Gregorio Malajovich</a>	<a href="#">Ver projeto</a>

#### 4. Publicações recentes ( $\geq 2007$ ) e preprints

2007

- [1] Vinicius Gripp Barros Ramos, *Curvas Algébricas e Geometria Tropical*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Julho de 2007, [http://teses.ufrj.br/IM\\_M/ViniciusGrippBarrosRamos.pdf](http://teses.ufrj.br/IM_M/ViniciusGrippBarrosRamos.pdf).
- [2] Gregorio Malajovich and Klaus Meer, *Computing minimal multi-homogeneous Bézout numbers is hard*, *Theory Comput. Syst.* **40** (2007), no. 4, 553–570, available at <http://dx.doi.org/doi:10.1007/s00224-006-1322-y>.

2008

- [3] Felipe Cucker, Teresa Krick, Gregorio Malajovich, and Mario Wschebor, *A numerical algorithm for zero counting I: Complexity and accuracy*, *Journal of Complexity* **24** (2008), no. 5-6, 582-605, DOI 10.1016/j.jco.2008.03.001.
- [4] Jean-Pierre Dedieu and Gregorio Malajovich, *On the number of minima of a random polynomial*, *J. Complexity* **24** (2008), no. 2, 89–108, available at <http://dx.doi.org/doi:10.1016/j.jco.2007.09.003>.
- [5] Gregorio Malajovich, *Geometria de Algoritmos Numéricos*, Notas em Matemática Aplicada, vol. 36, SBMAC, São Carlos, setembro de 2008. <http://www.labma.ufrj.br/~gregorio>.

2009

- [6] Felipe Cucker, Teresa Krick, Gregorio Malajovich, and Mario Wschebor, *A numerical algorithm for zero counting II: Distance to Ill-posedness and Smoothed Analysis*, *Journal of Fixed Point Theory and Applications* **6** (2009), no. 2, 285-294, DOI 10.1007/s11784-009-0127-4.

2010

- [7] Carlos Beltrán, Jean-Pierre Dedieu, Gregorio Malajovich, and Mike Shub, *Convexity properties of the condition number*, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* **31** (2010), no. 3, 1491-1506, DOI 10.1137/080718681.
- [8] Caio Guimarães Souza, *Estimativas sobre a convergência da iteração de Graeffe tangente*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Agosto de 2010, <http://www.pg.im.ufrj.br/teses/Matematica/Mestrado/307.pdf>.

2011

- [9] Gregorio Malajovich, *Nonlinear Equations*, Publicações de Matemática, 28<sup>o</sup> Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, Rio de Janeiro, 2011.

 $\geq 2012$ 

- [10] Felipe Cucker, Teresa Krick, Gregorio Malajovich, and Mario Wschebor, *A numerical algorithm for zero counting III: Randomization and Condition*, Vol. 48, 2012.
- [11] Carlos Beltrán, Jean-Pierre Dedieu, Gregorio Malajovich, and Mike Shub, *Convexity properties of the condition number*, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* **33** (in print), no. 3, 905–939, available at <http://dx.doi.org/doi:10.1137/100808885>.
- [12] Jean-Pierre Dedieu, Gregorio Malajovich, and Michael Shub, *Adaptive Step Size Selection for Homotopy Methods to Solve Polynomial Equations*, *IMA Journal of Numerical Analysis* (in print).
- [13] Gregorio Malajovich, *On the expected number of zeros of nonlinear equations*, available at <http://arxiv.org/abs/1106.6014>. Preprint, ArXiv, Jul 2011.

**5. Grade curricular recomendada**

Matérias em negrito são matérias obrigatórias do programa. Outros requisitos curriculares estão entre parenteses.

<i>Mestrado</i>	
<b>Álgebra Linear</b> MAE 709 <b>(Exame de inglês)</b>	Cálculo Avançado I MAE709
<b>Cálculo Avançado II</b> MAE702 <b>(Exame de Qualificação)</b>	<b>Cálculo Avançado III</b> MAE703
Álgebra 1 MAE733 Álgebra Linear Computacional MAE733	Análise Numérica MAE721 <b>(Colóquio de Matemática 1)</b>
<b>(Colóquio de Matemática 2)</b>  <b>(Dissertação)</b>	<b>(Estágio Didático 1)</b>
<i>Doutorado</i>	
Complexidade de Algoritmos Numéricos MAE8xx <b>(Exame de inglês)</b>	Geometria Riemanniana MAC855
Geometria Algébrica 1 MAA876	Eletiva
Teoria Algébrica dos Números MAA875 <b>(Exame de segunda língua)</b>	Eletiva
<b>(Estágio Didático 1)</b>	(Pesquisa individual)
<b>(Estágio Didático 2)</b>	(Pesquisa individual)
(Pesquisa individual)	
(Pesquisa individual)	<b>(Tese)</b>

**Observações:**

- (1) Alunos mais avançados podem substituir Cálculo Avançado I por Métodos Topológicos ou Geometria Diferencial, mas só depois de ter cursado os outros Cálculo Avançados.

- (2) Alunos de Doutorado que tiverem completado o Mestrado em outro programa precisam cursar ainda mais duas matérias, dentre as de Mestrado e Doutorado.
- (3) As matérias de Doutorado não precisam ser feitas na ordem.

## 6. Programa sugerido para o exame de qualificação do Doutorado

- O programa de Álgebra Linear Computacional, mais uma matéria específica como Complexidade de Algoritmos Numéricos.
- Se for a área principal, leitura de três artigos recentes, escolhidos de comum acordo com o orientador.
- Ainda se for a área principal, o candidato deve escolher uma área secundária.

## 7. Mais informações sobre o assunto

A [Foundations of Computational Mathematics](#) é uma associação científica que congrega pesquisadores no assunto. Promove conferências trienais, além de programas temáticos, e edita o periódico de mesmo nome ([página da Springer](#)). Outro periódico importante na área é o [Journal of Complexity](#).

Uma introdução geral ao tópico de complexidade de algoritmos numéricos pode ser achada em [\[14\]](#) (Nível de pós-graduação. Requer conhecimentos de álgebra e geometria diferencial). Para a teoria da complexidade algébrica, a referência é [\[15\]](#).

Para a complexidade de equações não lineares, recomendo [\[9\]](#).

Um texto clássico ilustrando as conexões entre computação e matemática é [\[16\]](#).

Uma introdução à teoria clássica da computação é [\[17\]](#) (Nível de graduação. Inclui NP-completude.)

### Referências adicionais

- [14] Lenore Blum, Felipe Cucker, Michael Shub, and Steve Smale, *Complexity and real computation*, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [15] Peter Bürgisser, Michael Clausen, and M. Amin Shokrollahi, *Algebraic complexity theory*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 315, Springer-Verlag, Berlin, 1997. With the collaboration of Thomas Lickteig.
- [16] Donald E. Knuth, *The art of computer programming. Vol. 2*, 2nd ed., Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., 1981. Seminumerical algorithms; Addison-Wesley Series in Computer Science and Information Processing.
- [17] Michael R. Garey and David S. Johnson, *Computers and intractability*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, Calif., 1979. A guide to the theory of NP-completeness; A Series of Books in the Mathematical Sciences.